Klasse 9

1. Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit

Thema	Inhalte	Kommentare
Ähnlichkeit	▪ Identifikation ähnlicher Dreiecke ▪ Ähnlichkeitssätze ▪ Berechnung von Streckenlängen	DGS Physik: Abstands-Gesetz
Satzgruppe des Pythagoras	▪ Wurzelziehen als Umkehrfunktion ▪ Rechengesetze für Wurzeln exemplarisch begründen ▪ Anwendung der Wurzeln zur Streckenberechnung ▪ Satz des Pythagoras begründen ▪ Umkehrung des Satz des Pythagoras ▪ Höhensatz ▪ Kathetensatz	
Trigonometrie	▪ Definition von Sinus, Kosinus, Tangens ▪ Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken ▪ Tangens als Steigungsmaß ▪ Sinussatz ▪ Kosinussatz	GTR

2. Baumdiagramme und Vierfeldertafeln

Thema	Inhalte	Kommentare
Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren	▪ Einträge im Baumdiagramm ▪ Einträge in einer Vierfeldertafel ▪ Wechsel zwischen den Darstellungsformen	GTR Modellierungen
Zweistufige Zufallsexperimente darstellen und analysieren	▪ Einträge im Baum-diagramm vervollständigen ▪ Rückwärtsschließen im Baumdiagramm ▪ Einträge in der Vierfelder-tafel vervollständigen ▪ Wechsel der Darstellungsformen ▪ Unbekannte Wahr-scheinlichkeiten ermitteln und interpretieren	GTR Modellierungen

3. Quadratische Zusammenhänge

Thema	Inhalte	Kommentare
Quadratische Funktionen - Parametervariationen	▪ Normalform ▪ Scheitelpunktform ▪ Funktionsterm als Produkt der Linearfaktoren – Linearfaktorzerlegung ▪ Wechsel der Darstellungsformen ▪ Skizzieren von Parabeln – auch hilfsmittelfrei ▪ Parabel als Ortslinie	GTR
Quadratische Gleichungen	▪ Einfache Gleichungen hilfsmittelfrei lösen ▪ Zusammenhang zwischen Lösung und Graph	GTR
Quadratische Zusammenhänge modellieren	▪ Optimierungsprobleme ▪ Ausgleichsparabeln	GTR

Lernbereich: Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit

Intentionen

Bei vertieften Untersuchungen an rechtwinkligen Dreiecken bieten sich vielfältige Möglichkeiten zum Argumentieren im Sinne von Begründen. Dazu gehört auch, Zusammenhänge im Hinblick auf ihre Umkehrbarkeit zu untersuchen. Die gewonnenen Erkenntnisse ermöglichen auch Berechnungen in allgemeinen Dreiecken.

Die Alltagsvorstellung von Ähnlichkeit als Invarianz der Form wird bei geradlinig begrenzten Figuren durch die Übereinstimmung in den Winkelgrößen und die Gleichheit der Verhältnisse entsprechender Seitenlängen präzisiert. Das Auffinden ähnlicher Dreiecke ermöglicht z. B. die Berechnung von Längen.

Kenntnisse über Ähnlichkeit bei geradlinig begrenzten Figuren werden durch die trigonometrischen Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck erweitert.

Mithilfe des Satzes des Pythagoras und der trigonometrischen Beziehungen an rechtwinkligen Dreiecken werden unbekannte Streckenlängen und Winkelgrößen sowohl bei innermathematischen Problemen als auch bei Sachproblemen bestimmt.

Das Wurzelziehen wird als Umkehroperation des Quadrierens eingeführt. Dieses naive Verständnis von Wurzeln wird bei der Berechnung von Streckenlängen angewendet.

Wurzelgesetze werden für einfache Termumformungen verwendet.

Mit Quadratwurzeln, Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten wird gerechnet, ohne deren Irrationalität zu thematisieren.

Kern

- **Ähnlichkeit beschreiben und nutzen**
  - zueinander ähnliche Dreiecke identifizieren
  - Ähnlichkeitssätze für Dreiecke
  - Streckenlängen berechnen
- **Satzgruppe des Pythagoras begründen und anwenden**
- **mit Wurzeln umgehen**
  - Wurzelziehen als Umkehroperation
  - Rechengesetze exemplarisch begründen
  - Anwendung zur Streckenberechnung
- **trigonometrische Beziehungen identifizieren und nutzen**
  - Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus, Tangens
  - Tangens als Steigungsmaß
- **Berechnungen an allgemeinen Dreiecken**

  Sinussatz, Kosinussatz

Lernbereich: Baumdiagramme und Vierfeldertafeln

Intentionen
Daten mit zwei Merkmalen lassen sich übersichtlich mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln dar-stellen. Beide Darstellungen fördern auf unterschiedliche Weise die Einsicht. Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass bei Daten mit zwei Merkmalen überraschende Phänomene auftreten können und dass man auch aus unvollständig vorliegenden Daten Schlüsse ziehen kann.
Arbeitet man mit absoluten Häufigkeiten, so lassen sich zweistufige Zufallsexperimente ebenfalls durch Vierfeldertafeln übersichtlich darstellen. Dabei wird auch die Variabilität der zu erwartenden Daten thematisiert. Insbesondere lassen sich unbekannte Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten aus den Vierfeldertafeln auf einfache Weise ermitteln.
Es empfiehlt sich, möglichst lange mit absoluten Häufigkeiten zu arbeiten, weil dadurch die Sachlage veranschaulicht und deshalb das Verständnis sehr gefördert wird.
Die anschaulichen Überlegungen in diesem Lernbereich bereiten die Behandlung der „bedingten Wahrscheinlichkeit“ im Sekundarbereich II vor.

Kern
- **Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren**
  - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
  - zwischen diesen Darstellungen wechseln
- **zweistufige Zufallsexperimente darstellen und analysieren**
  - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
  - zwischen diesen Darstellungen wechseln
- **unbekannte Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren**

Lernbereich: Quadratische Zusammenhänge

Intentionen
Ausgehend von realitätsnahen Problemstellungen wie z. B. Optimierungsproblemen lernen die Schülerinnen
und Schüler quadratische Funktionen sowie deren Gleichungen in allgemeiner und faktorisierter Form kennen. Durch Parametervariation werden die Auswirkungen der Parameter auf das Aussehen des Graphen untersucht. Die Zusammenführung der Ergebnisse ermöglicht eine Charakterisierung unter den Gesichtspunkten Streckung, Öffnung, Symmetrie, Scheitelpunkt, Nullstellen.
Insbesondere wird der Zusammenhang zwischen Lage der Nullstellen und x-Koordinate des Scheitelpunktes deutlich. Im Anschluss daran erfolgt eine Analyse der Scheitelpunktform. Funktionales Denken, grafisches Vorstellungsvermögen und Termstrukturerkennung ergänzen sich. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert. Das Wissen um diese Zusammenhänge erleichtert es, in einfachen Fällen ohne Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zwischen faktorisierter Form und Scheitelpunktform sowie allgemeiner Form zu wechseln und quadratische Gleichungen zu lösen. Die quadratische Ergänzung bzw. die p-q-Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen werden mit den entsprechenden (grafischen) Eigenschaften verknüpft und somit als sinnvolle Strategie erfahren. Für die Lösung quadratischer Gleichungen in nicht-einfachen Fällen stehen digitale Mathematikwerkzeuge zur Verfügung.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden quadratische Funktionen bei der Modellierung in verschiedenen Sachkontexten. Wie bei den linearen Zusammenhängen werden auch hier die Grenzen der Modellierung aufgezeigt. Die Nutzung des Regressionsmoduls ermöglicht es, durch Daten dargestellte Zusammenhänge zu modellieren.

Die Parabel wird als Ortslinie betrachtet, um so neben der funktionalen eine weitere Deutung zu ermöglichen. Dazu wird entweder aus der funktionalen Darstellung die Ortslinieneigenschaft entwickelt oder umgekehrt.

Kern

- **quadratische Funktionen untersuchen – Parametervariation**
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für $f(x) = a \cdot (x - m) \cdot (x - n)$
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$
  - Wechsel zwischen den Formen
  - hilfsmittelfreies Skizzieren von Parabeln
- **quadratische Gleichungen**
  - Verknüpfung der Lösung mit den Eigenschaften des Graphen und der Struktur des Terms
  - $x^2 + p \cdot x = 0$ und $x^2 + q = 0$ hilfsmittelfrei lösen
  - $x^2 + p \cdot x + q = 0$, $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$, $a \cdot x^2 + c = 0$ und $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$ lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei

- **quadratische Zusammenhänge modellieren**
  - Optimierungsprobleme und Nullstellensuche
  - Ausgleichsparabeln mithilfe der Parametervariation oder des Regressionsmoduls bestimmen
- **Parabel als Ort aller Punkte, die zu einem Punkt und zu einer Geraden gleichen Abstand haben**